

CAPITULO I
INTRODUCCION A LAS REDES ELECTRICAS
CONCEPTOS BASICOS Y LEYES DE KIRCHHOFF

1.1.- UN POCO DE HISTORIA.

En el método científico, un "esquema conceptual" es una teoría simple y comprensible a partir de la cual es posible explicar una gran variedad de fenómenos.

Un esquema conceptual muy conocido es el de la teoría atómica, del cual se toman los conceptos de electrón y carga eléctrica. Otros esquemas conceptuales importantes son la conservación de energía y la conservación de carga.

La electricidad y el magnetismo se conocen desde hace muchos siglos. La misma palabra electricidad viene del nombre griego del ámbar, dado que fueron los griegos los que descubrieron la electricidad estática al frotar un pedazo de ámbar. El uso del imán en la navegación también data de siglos anteriores. Sin embargo hasta el siglo XIX no se lograron progresos considerables en el desarrollo de un esquema conceptual que los explicase.

Alrededor de 1800 Galvani y Volta descubrieron que la electricidad se podía producir por medios químicos. El invento de la batería eléctrica le permitió a Volta producir una corriente eléctrica, esto es, un flujo de electricidad continua y estable, en contraposición a la electricidad estática producida por máquinas eléctricas anteriores, como la botella de Leyden y el electróforo del mismo Volta.

Galvani por su parte realizó una serie de experimentos con ranas, que lo llevaron a creer que la corriente eléctrica era "electricidad animal", causada por los mismos organismos. Volta sostenía que la corriente eléctrica era "electricidad metálica", cuya fuente eran las sondas de diferentes metales insertados en las ancas de la rana. Ambos tenían razón, y Galvani alcanzó la fama como fundador de la fisiología nerviosa, mientras que el invento de Volta revolucionó el uso de la electricidad y dió al mundo uno de sus mayores beneficios: La corriente eléctrica. En reconocimiento a sus descubrimientos se le dió a la unidad de fuerza electromotriz el nombre de Voltio.

En 1810, Oersted relacionó el campo magnético con la corriente y Ampère midió la fuerza producida por la corriente. La unidad de corriente eléctrica, el amperio, recibió este nombre en su honor. En 1831 Faraday y Henry descubrieron la inducción electromagnética al observar que moviendo un imán a través de una bobina de alambre de cobre, se originaba una corriente eléctrica que fluía por el alambre. El motor y el generador eléctricos se basan en este principio, por lo que

este descubrimiento cambió el curso de la historia del mundo. En honor a estos científicos la unidad de capacitancia se llama Faradio y la de inductancia se llama Henry.

En 1873 James Maxwell reunió todos estos experimentos y otros adicionales para formar un esquema conceptual propiamente dicho. En las ecuaciones de Maxwell, como se conoce este esquema, se explican todos los fenómenos electromagnéticos de acuerdo con los campos que producen la carga y la corriente.

El éxito del esquema conceptual de Maxwell se ha corroborado durante un largo período, ya que los resultados deducidos de las ecuaciones de Maxwell concuerdan con las observaciones realizadas durante más de 100 años.

1.2.- EL CIRCUITO ELECTRICO.

El circuito eléctrico es otro esquema conceptual definido para explicar los mismos fenómenos, aplicable dentro de ciertas condiciones. La razón por la cual se desarrolló este nuevo esquema conceptual se debe a que a menudo el interés no reside en el estudio de los campos eléctrico y magnético, sino en el análisis de los voltajes y corrientes presentes en los componentes del circuito. Aunque se basa en los mismos hechos experimentales que las ecuaciones de Maxwell, incluye ciertas aproximaciones que no están comprendidas en el concepto más general de la teoría de campos. A partir de los voltajes y corrientes de un circuito se pueden calcular otras variables tales como carga, energía, potencia, etc.

A continuación se define el circuito eléctrico y los conceptos más importantes relacionados con el mismo.

1.2.1.- Definición del Circuito Eléctrico.

Un circuito eléctrico o red eléctrica es una colección de elementos eléctricos interconectados de una forma específica.

Los elementos eléctricos incluyen fuentes de energía, alambres de conexión, componentes eléctricos (motores) o electrónicos (diodos, FETS, transistores bipolares), cargas (resistencias, condensadores, inductores), etc.

Un circuito eléctrico transfiere y transforma energía. La transferencia de energía se logra mediante la transferencia de cargas. En el circuito la energía se transfiere de un punto de suministro (la fuente) hasta un punto de transformación o conversión llamado carga. Algunos elementos de carga son capaces de almacenar energía (condensadores o inductores) mientras que otros la transforman en calor (resistencias).

Muchos de los elementos eléctricos son dispositivos de dos terminales que pueden representarse con el símbolo mostrado en la Figura 1.1.



Figura 1.1.- Elemento de dos terminales

Elementos de este tipo son por ejemplo las Fuentes de Voltaje y de Corriente, las resistencias, los condensadores y los inductores.

Hay elementos más complejos que tienen más de dos terminales, como por ejemplo los transistores, los FETs y los amplificadores operacionales, pero para comenzar el estudio de los circuitos eléctricos, se va a centrar la atención en los elementos de dos terminales.

Para construir un circuito eléctrico se interconectan varios elementos de dos terminales de forma que existan lazos cerrados, tal como se muestra en la Figura 1.2.

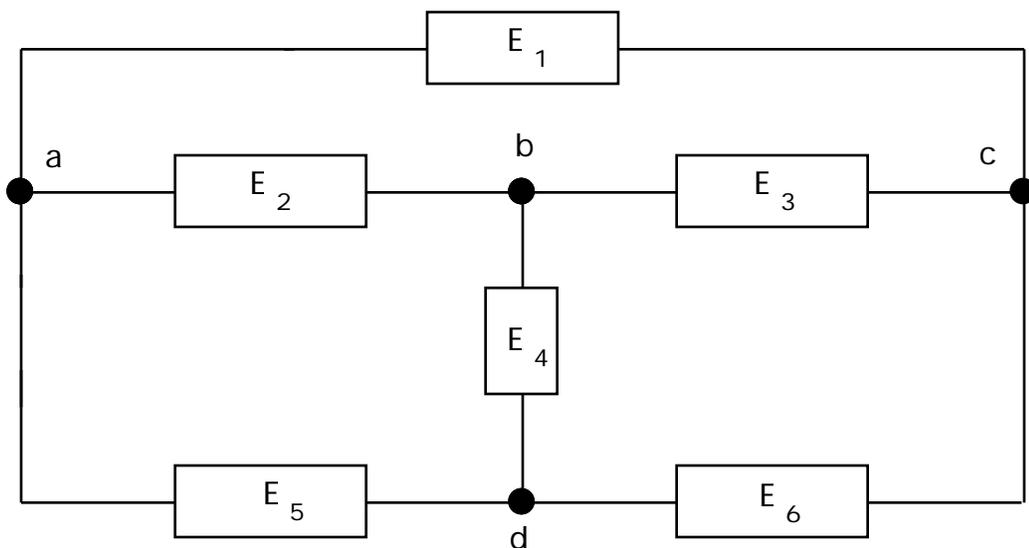


Figura 1.2.- Ejemplo de circuito eléctrico.

1.2.2.- Carga y Corriente Eléctrica.

Tales de Mileto descubrió aproximadamente en el año 600 a.c. que cuando se frota con fuerza un trozo de ambar, éste se electrifica y atrae pequeños trozos de hilo. Siglos más tarde, Coulomb utilizó esta misma técnica para producir

electricidad y establecer la Ley del Inverso de los Cuadrados para calcular la atracción de los cuerpos cargados.

El conocimiento actual de la naturaleza de la carga se basa en el esquema conceptual de la teoría atómica . El átomo se representa como un núcleo cargado positivamente rodeado por electrones de carga negativa. El átomo es neutro, ya que la carga del núcleo es igual a la de los electrones. Cuando se eliminan electrones de una sustancia, ésta queda cargada positivamente. Si por el contrario se agregan electrones, su carga será negativa. Las cargas diferentes se atraen, las iguales se repelen.

La unidad básica de carga es la del electrón. El nombre de la unidad de carga es el Coulombio. Un electrón tiene $1,0621 \times 10^{-19}$ Coulombios, o dicho de otra manera, un Coulombio es la carga de $6,24 \times 10^{18}$ electrones. Para representar la carga se utilizan las letras Q o q. Se usa Q cuando la carga es constante, y q cuando es variante con el tiempo.

El fenómeno de transferencia de carga de un punto a otro de un circuito se describe mediante el término Corriente Eléctrica . La Corriente Eléctrica es por lo tanto la variación de la carga por unidad de tiempo a través del corte transversal de un conductor.

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1.1)$$

La unidad básica de Corriente es el Amperio, el cual de acuerdo con las unidades del Sistema MKS es igual a un Coulombio por segundo. Su símbolo es I para corrientes continuas e i para corrientes variables en el tiempo.

Según el esquema conceptual de la teoría atómica, todas las sustancias se representan como compuestas por átomos. En un sólido, algunos electrones están relativamente libres del núcleo por lo que se denominan electrones libres . En los materiales que son buenos conductores existen muchos electrones libres, por lo cual se pueden producir con facilidad corrientes intensas. Los materiales aislantes tienen muy pocos electrones libres, lo cual dificulta considerablemente la conducción, dándole a dichos materiales sus características particulares. Entre estos dos tipos de materiales existen los semiconductores, los cuales juegan un papel muy importante en la Electrónica.

1.2.3.- Energía.

Otro esquema conceptual en el que se basa la teoría de circuitos eléctricos es el de la conservación de la energía . La energía eléctrica que se suministra a un circuito se obtiene a partir de la conversión de otros tipos de energía, algunos de los cuales se listan a continuación.

1.2.3.1.-Conversión de energía electromecánica.

Los generadores giratorios producen energía eléctrica a partir de la energía mecánica de rotación. La energía mecánica se obtiene al convertir energía térmica por medio de una turbina. La energía química se obtiene mediante la combustión de un combustible fósil o nuclear. La energía mecánica puede obtenerse también por conversión de energía hidráulica mediante generadores hidráulicos.

1.2.3.2-Conversion de energía electroquímica.

Las baterías eléctricas producen energía por conversión de energía química. Las baterías se elaboran sumergiendo dos electrodos metálicos (uno de zinc y otro de cobre) en una solución de ácido sulfúrico diluido. La formación de iones de zinc y cobre hace que la carga negativa se acumule en los electrodos. Se obtiene energía mediante la diferencia en la energía de ionización del zinc y del cobre dentro de la reacción química. Al cerrar el circuito de la batería con una conexión externa, la energía química se utiliza como trabajo para transportar cada unidad de carga alrededor del circuito externo.

1.2.3.3-Conversion de energía fotovoltaica.

Las celdas solares convierten la energía luminosa en energía eléctrica, que puede utilizarse por ejemplo para cargar una batería. Estos dispositivos son capaces de convertir en energía eléctrica solo una parte relativamente pequeña de la energía solar que reciben, es decir, su eficiencia por ahora es baja.

1.2.4.- Voltaje.

El voltaje se define como la variación de la energía por unidad de carga o del trabajo por unidad de carga. Se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$v = \frac{dw}{dq} \quad (1.2)$$

Su símbolo es V para voltajes constantes o v para voltajes variables en el tiempo.

De acuerdo con las unidades del Sistema MKS, si la energía está en Joules y la carga en Coulombios, el voltaje se expresa en Voltios. El voltaje se describe a veces por medio del término fuerza electromotriz (fem).

1.2.5.- Potencia.

Si a una cantidad de carga q se le da un incremento diferencial de energía w , el voltaje de la carga estará dado por la siguiente fórmula:

$$v = \frac{w}{q} \quad (1.3)$$

De donde:

$$w = v q \quad (1.4)$$

La razón de cambio a la cual se consume la energía w por unidad de tiempo es:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{w}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} v \frac{q}{t} \quad (1.5)$$

$$\frac{dw}{dt} = v \frac{dq}{dt} = vi \quad (1.6)$$

Dado que por definición la razón de cambio de la energía por unidad de tiempo es la potencia p , se puede escribir:

$$p = vi \quad (1.7)$$

La variable p se denomina potencia instantánea. En esta ecuación se puede observar que el producto de Voltios por Amperios es igual a Watios, ya que:

$$\frac{\text{Joules}}{\text{Coulomb}} \times \frac{\text{Coulomb}}{\text{seg.}} = \frac{\text{Joules}}{\text{seg}} = \text{watios} \quad (1.8)$$

1.2.6.- Enlaces de Flujo.

Cuando una corriente circula por un conductor embobinado con N vueltas, produce un flujo magnético, el cual forma trayectorias cerradas, tal como se muestra en el modelo de la Figura 1.3.

Si hay N vueltas y el flujo ϕ pasa a través de cada vuelta, el flujo concatenado total está dado por la expresión:

$$\Phi = N \phi \quad (1.9)$$

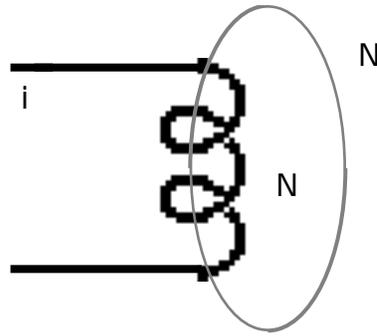


Figura 1.3.- Enlaces de flujo.

La unidad de flujo magnético es el Weber. Faraday encontró que un flujo magnético variable producido por un circuito inducía un voltaje sobre otro circuito, relacionado con el flujo concatenado total mediante la ecuación:

$$v = \frac{dN}{dt} \quad (1.10)$$

1.2.7.- Direcciones y polaridades de referencia en los elementos de dos terminales.

1.2.7.1.- Carga eléctrica.

Uno de los dos terminales se define como el terminal con carga positiva, y se identifica con un signo +, mientras que el otro terminal se define como el de carga negativa y se identifica con un signo menos, como se muestra en la Figura 1.4.



Figura 1.4- Polaridad de referencia de la carga.

1.2.7.2.- Corriente eléctrica.

La corriente eléctrica se define como el movimiento de cargas positivas (de acuerdo a la convención propuesta por Benjamín Franklin, aunque en realidad ocurre lo contrario, ya que en los conductores metálicos la corriente se debe al flujo de electrones). Su dirección positiva se identifica con una flecha, según se muestra en la Figura 1.5.



Figura 1.5.- Dirección de referencia de la corriente.

1.2.7.3.- Voltaje.

En un elemento de dos terminales, se identifica al terminal que tiene una diferencia de voltaje positiva con respecto al otro colocándole un signo +, mientras que el segundo se identifica con un signo -, según se observa en la Figura 1.6.

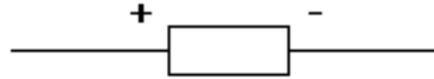


Figura 1.6.-Polaridad de referencia del voltaje.

1.2.7.4.- Potencia.

En un elemento de dos terminales, si la corriente entra en el terminal en el que se define el voltaje positivo, se define por convención que el elemento está recibiendo energía, y su potencia es positiva, como se puede observar en la Figura 1.7.

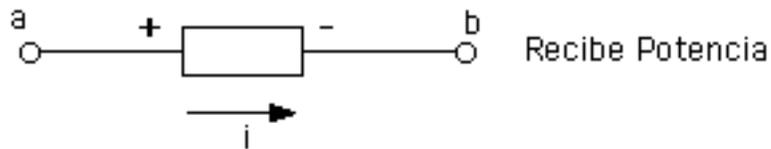


Figura 1.7.-Elemento con potencia positiva.

Si por el contrario, la corriente entra en el terminal en el que se define el voltaje negativo, el elemento está entregando energía, y su potencia es negativa, como se puede observar en la Figura 1.8.

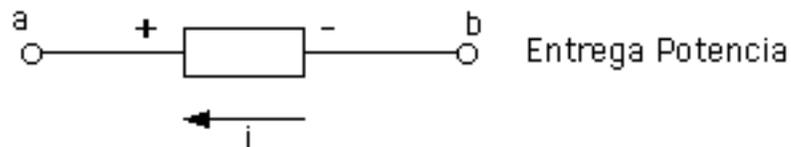


Figura 1.8.-Elemento con potencia negativa.

1.3.- CARACTERIZACION DE LOS ELEMENTOS CIRCUITALES.

La siguiente clasificación aplica tanto a los elementos individuales de una red como a las redes consideradas como un todo.

1.3.1.-Linealidad.

Un elemento es lineal si cumple con los principios de superposición y homogeneidad. Para determinar la linealidad se realizan las pruebas explicadas a continuación. Considérese el elemento mostrado en la Figura 1.9.

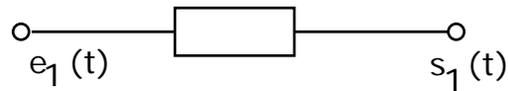


Figura 1.9.-Prueba para analizar la linealidad.

A dicho elemento se le aplica una entrada $e_1(t)$ y se obtiene una salida $s_1(t)$. A continuación se le aplica una entrada $e_2(t)$ y se obtiene una salida $s_2(t)$. Cuando se aplica como entrada $e_1(t) + e_2(t)$, si el sistema es lineal, la salida es $s_1(t) + s_2(t)$. En otras palabras, la propiedad de superposición se cumple en los elementos y las redes lineales. Para completar el análisis, se aplica una entrada $Ke_1(t)$, y si el elemento es lineal y cumple por lo tanto con el principio de homogeneidad, la salida es $Ks_1(t)$.

En el mundo físico no existen elementos o sistemas verdaderamente lineales. Si se aplica un voltaje muy grande a cualquier componente eléctrico, éste se quemará. Una barra se pandeará si se somete a un esfuerzo mecánico excesivo. Si hay demasiados aviones en un sistema de control de tráfico aéreo, se producirán accidentes. Estas son no linealidades destructivas. Evitando estos casos extremos, los elementos y los sistemas se pueden agrupar en dos categorías:

- Aquéllos que en un intervalo útil de sus variables tienen un comportamiento muy cercano al lineal y por lo tanto pueden tratarse como lineales dentro de dicho intervalo.
- Aquéllos que incluso en un intervalo útil pequeño solo pueden describirse como no lineales.

El concepto de linealidad implica una consideración relativa al intervalo de uso del elemento.

Al tratar con el primer tipo de elementos, se afirma que es posible representar al elemento real mediante un modelo idealizado que se define como lineal para el intervalo correspondiente. Este concepto permite utilizar técnicas de análisis lineales en una gran parte de los estudios de los sistemas eléctricos. Pero al obtener los resultados es necesario asegurarse de que las variables no han sobrepasado nunca los límites dentro de los cuales el elemento puede considerarse lineal.

1.3.2.- Invariancia en el tiempo.

Se define como invariante en el tiempo aquel elemento o sistema cuyos parámetros no cambian con el tiempo.

En el mundo físico no existen elementos realmente invariantes en el tiempo, dado que en un intervalo lo suficientemente largo, todos los parámetros presentarán variaciones. Sin embargo, para propósitos de análisis, los elementos pueden modelarse mediante parámetros invariantes en el tiempo, si éstos permanecen constantes durante el intervalo de interés.

En caso contrario, los elementos se modelan con parámetros variantes en el tiempo. La mayor parte de los sistemas eléctricos y electrónicos se pueden modelar con parámetros del primer tipo, esto es, invariantes en el tiempo.

1.3.3.- Parámetros concentrados y distribuidos.

La propagación de las señales, bien sean las señales eléctricas en un conductor, las ondas de choque en una barra metálica o el flujo de un fluido en una tubería, nunca se efectúa en forma instantánea, por lo que en general, las dimensiones de los elementos de un sistema deben tomarse en cuenta al efectuar el análisis del mismo.

Cuando las dimensiones físicas de los elementos de un sistema se vuelven importantes con respecto a la velocidad de propagación de las señales de información, se considera que el elemento debe representarse mediante parámetros distribuidos. En caso contrario el elemento se modela haciendo uso de parámetros concentrados.

Las herramientas matemáticas necesarias para trabajar con sistemas de parámetros distribuidos son por lo general más complejas que las utilizadas para describir elementos de parámetros concentrados. (Ecuaciones en derivadas parciales para los primeros versus ecuaciones diferenciales ordinarias para los segundos). Para el rango de frecuencias con el que se va a trabajar en muchos circuitos eléctricos y electrónicos, la representación de los elementos mediante parámetros concentrados arroja resultados válidos, que se corresponden con las mediciones efectuadas.

1.3.4.- Pasividad y actividad.

Un elemento pasivo es aquél para el cual el total de la energía que se suministra es no negativa, independientemente del tipo de circuito al cual se conecta. La siguiente ecuación se cumple para todos los elementos pasivos.

$$w(t) = \int_0^t v(t).i(t).dt \quad (1.11)$$

Son ejemplos de elementos pasivos las resistencias, los condensadores y los inductores.

Si por el contrario, el elemento no cumple con la ecuación anterior, es decir si la energía es negativa, el elemento es activo, por lo que es capaz de entregar energía al sistema.

1.4.- TOPOLOGIA DE LAS REDES ELECTRICAS.

La topología como rama de la geometría data de los tiempos de Euler (1735). En 1847, Kirchhoff fue el primero en aplicarla al estudio de las redes eléctricas. En los próximos párrafos se presentan las definiciones topológicas que se utilizan más frecuentemente en el análisis de las redes eléctricas.

1.4.1.- Definiciones topológicas.

1.4.1.1.- Gráfica.

Para elaborar la Gráfica correspondiente a una red, se sustituyen todos los elementos de la red con líneas, trazando un diagrama esquemático de la red. Hay incontables maneras de representar la misma red. Por ejemplo, dada la red de la Figura 1.10, se pueden dibujar las gráficas mostradas en la Figura 1.11.

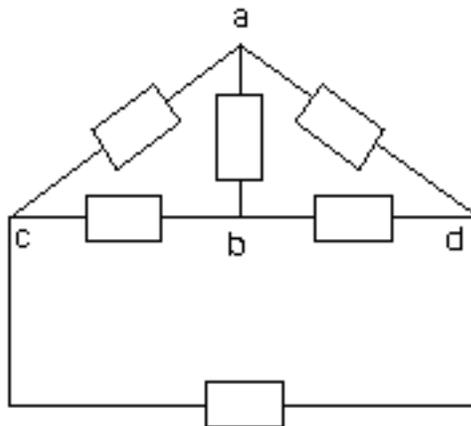


Figura 1.10.- Red eléctrica.

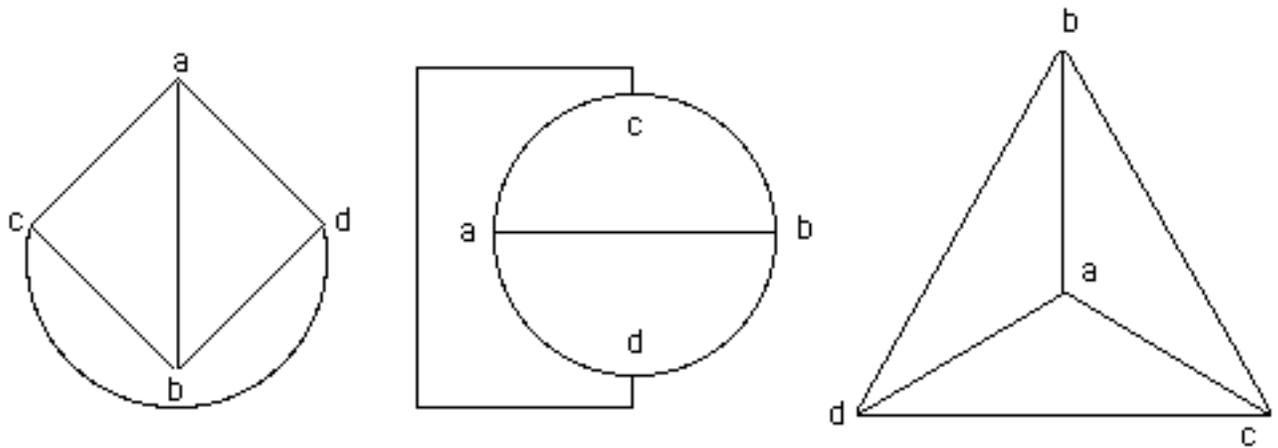


Figura 1.11.- Gráficas de la red mostrada en la Figura 1.10.

1.4.1.2.- Gráfica Orientada.

Si a cada línea de la gráfica se le asigna un sentido de referencia, el diagrama se conoce como Gráfica Orientada. La Figura 1.12 muestra una de las gráficas orientadas de la red anterior.

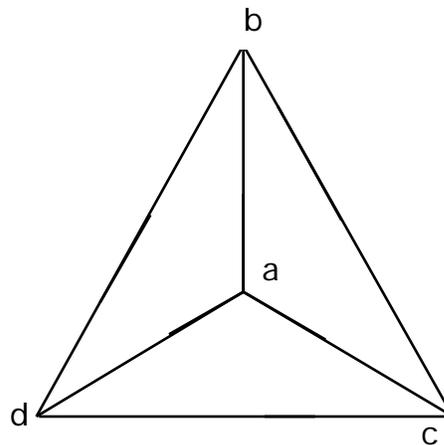


Figura 1.12.- Gráfica orientada de la red de la Figura 1.10.

1.4.1.3.- Rama.

Cada una de las líneas de la gráfica se identifica como Rama. La gráfica de la Figura 1.12 tiene seis ramas.

1.4.1.4.- Nodo.

La unión de tres o más ramas se denomina Nodo o Vértice. Usualmente se escoge un nodo como el nodo de referencia, que por lo general es el nodo en el que están conectadas un mayor número de ramas. La gráfica de la Figura 1.12 tiene cuatro nodos. A la unión de solo dos ramas se le denomina Nodo Simple, y por lo general no se contabiliza en el número de nodos de la red.

1.4.1.5.- Malla.

En una red se denomina Malla a cualquier trayecto cerrado que se tome en la estructura circuital. Las mallas se clasifican en elementales o retículas y en principales o abiertas. Las mallas elementales o retículas son aquellas que al dibujarlas no contienen a su vez ninguna otra malla. Por su parte, las mallas abiertas o principales son aquellas que contienen por lo menos una malla elemental. Las mallas principales también reciben el nombre de lazos.

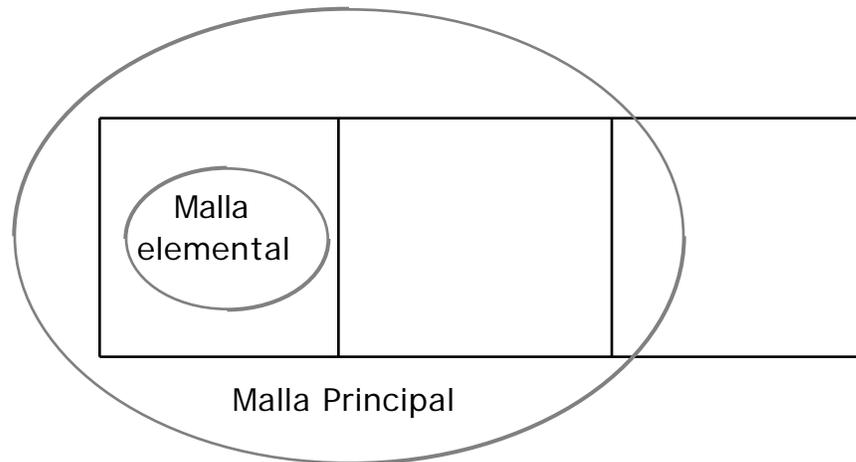


Figura 1.12.- Definición de mallas.

1.4.1.6.- Subgráfica y Arbol.

Una Subgráfica de una gráfica determinada se puede formar eliminando algunas ramas de la gráfica original. Una subgráfica de gran importancia es el Arbol (término que se utiliza desde la época de Kirchhoff). En una gráfica de n nodos, un árbol tiene las siguientes propiedades:

- Contiene todos los nodos de la red original.
- Contiene $n-1$ ramas.
- No tiene trayectorias cerradas.

En la Figura 1.13 se pueden observar algunos de los árboles de una red de cuatro nodos y cinco ramas.

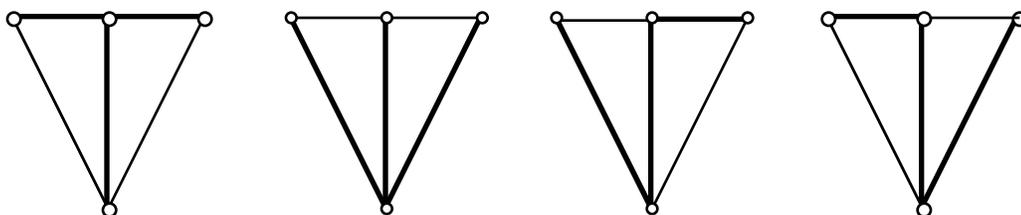


Figura 1.13.- Distintos árboles de una red con cuatro nodos.

1.4.1.7.- Cuerdas, Enlaces o Eslabones.

Las ramas eliminadas de la gráfica al formar cada árbol se llaman Cuerdas, Enlaces o Eslabones. Si la red cuenta con n nodos y b ramas, tendrá un número de eslabones dado por la relación:

$$e = b - n + 1 \quad (1.12)$$

Para la red del ejemplo:

Nº de Nodos : $n = 4$

Nº de Ramas : $b = 5$

Nº de Eslabones : $e = b - n + 1 = 2$

Si en el árbol de una red se conecta uno cualquiera de sus eslabones, se forma una malla. El número de eslabones de una red es de gran importancia en el análisis de circuitos, porque determina el número de mallas independientes con las que cuenta la red.

1.4.1.8.- Sección o Grupo de Corte.

Una Sección o Grupo de Corte es un conjunto de m ramas de una gráfica que cumplen con la propiedad de que si se eliminan todas ellas de la gráfica, ésta se separa en dos partes, pero si se eliminan $m-1$ ramas (o menos), la gráfica permanece conectada. La Figura 1.14 presenta una red de cinco ramas (R_1 , R_2 , R_3 , R_4 y R_5) en la que están indicadas seis secciones de corte (A , B , C , D , E y F).

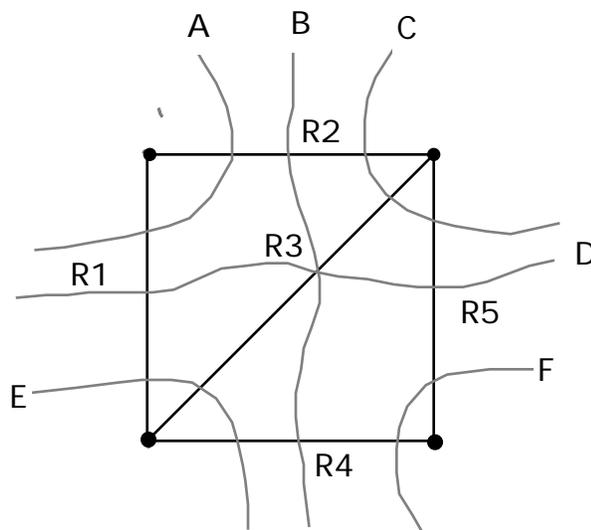


Figura 1.14.- Secciones de corte.

El número de ramas de una sección de corte puede diferir del número de ramas de otra sección de corte de la misma red. Para la definición de las secciones de corte, un nodo simple se considera parte de la gráfica de la red.

Como se verá posteriormente, la importancia de la definición de la sección o grupo de corte radica en que la Ley de las Corrientes de Kirchhoff puede aplicarse tanto a los nodos simples como a las secciones de corte.

1.4.2.- Matriz de incidencia.

Si se tiene la gráfica orientada de una red, se define como la matriz de incidencia a la matriz elaborada siguiendo el siguiente procedimiento:

-La matriz de incidencia tiene tantas filas como nodos independientes tiene la red. Si la red tiene n nodos, el número de nodos independientes N es $n-1$, ya que uno de ellos se define como el nodo de referencia o tierra.

-La matriz de incidencia tiene tantas columnas como ramas tiene la red.

- Los elementos de la matriz son:

$a_{ij} = 1$ cuando la rama j sale del nodo i

$a_{ij} = -1$ cuando la rama j llega al nodo i

$a_{ij} = 0$ cuando la rama j no está conectada al nodo i .

Así por ejemplo, para la red mostrada en la Figura 1.15, su gráfica orientada es la presentada en la Figura 1.16, y el procedimiento para elaborar su matriz de incidencia se puede observar en la Figura 1.17.

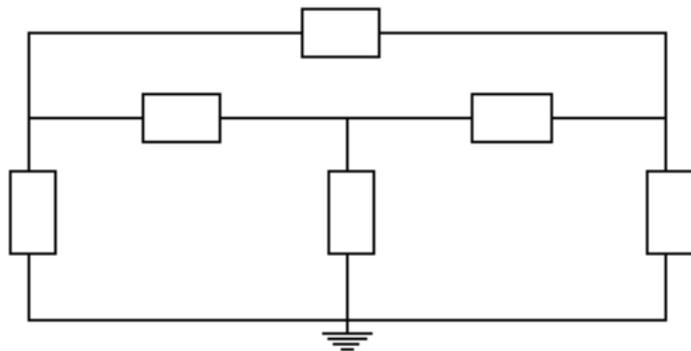


Figura 1.15.- Circuito utilizado para definir la matriz de incidencia.

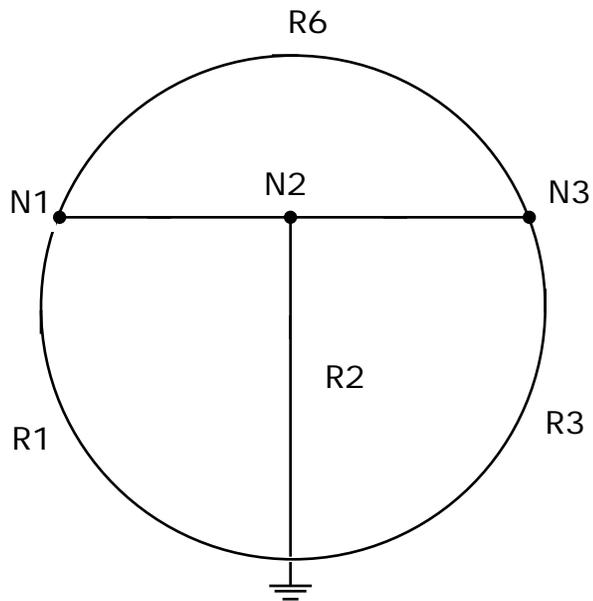


Figura 1.16- Gráfica orientada del circuito de la Figura 1.15.

N \ R	1	2	3	4	5	6
1	-1	0	0	1	0	1
2	0	-1	0	-1	1	0
3	0	0	-1	0	-1	-1

Figura 1.17.- Proceso de elaboración de la matriz de incidencia.

Una vez conocida la matriz de incidencia de una red, el número de árboles A de la misma se puede calcular mediante la fórmula:

$$A = \text{Determinante de } [M] \cdot [M]^T \quad (1.13)$$

Para el ejemplo que se está considerando, la matriz de incidencia es la siguiente:

$$[M] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

El producto de dicha matriz por su traspuesta es igual a:

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & -1 & 0 & 0 \\
 & & & & & 0 & -1 & 0 \\
 -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & & & & 3 & -1 & -1 \\
 0 & -1 & 0 & -1 & 1 & 0 & & & & -1 & 3 & -1 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 & & & & -1 & -1 & 3 \\
 & & & & & 1 & -1 & 0 & = & & & \\
 & & & & & 0 & 0 & -1 & & & & \\
 & & & & & 1 & 0 & -1 & & & &
 \end{array} \quad (1.15)$$

Por lo tanto, el número de árboles de dicha red está dado por:

$$A = \begin{array}{ccc} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{array} = 27 - 1 - 1 - 3 - 3 - 3 = 16 \quad (1.16)$$

1.4.3.- Clasificación de las redes eléctricas.

Las redes pueden clasificarse en planas y no planas dependiendo de si es posible o no dibujar todas sus ramas en un plano sin que se crucen dos o más de ellas. En algunos casos, las técnicas utilizadas para redes planas deben modificarse cuando las redes no son planas.

La Figura 1.18 presenta una red de cada uno de los tipos mencionados.

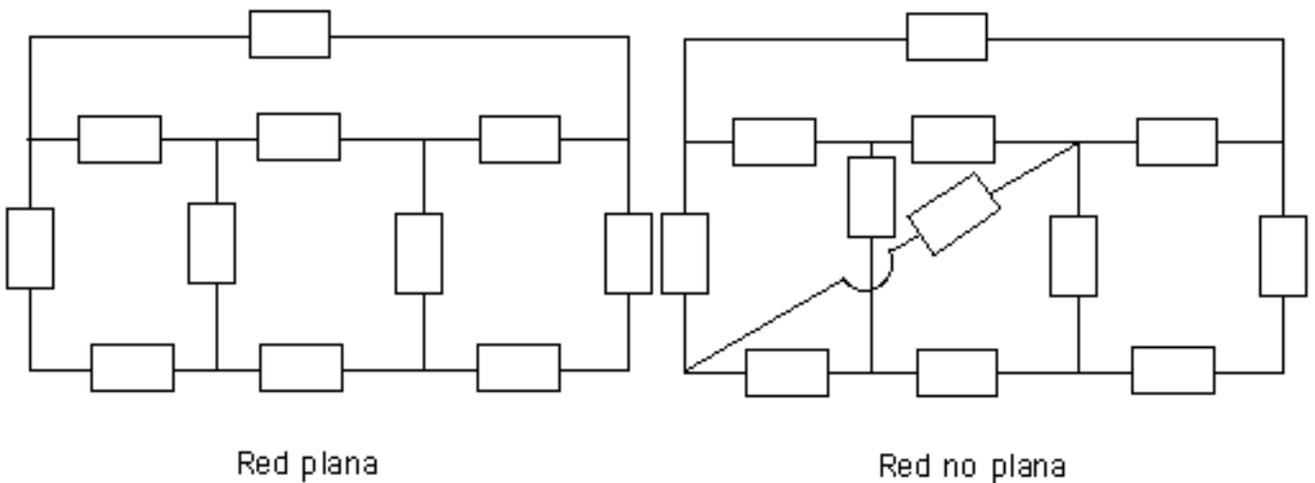


Figura 1.18.- Redes planas y no planas.

1.4.4.- Estructuras topológicas comunes.

Hay estructuras topológicas que se presentan con tanta frecuencia en la ingeniería eléctrica y electrónica que han recibido nombres especiales. Algunas de ellas son la Red T, la Red π , la Red Escalera, la Red T con Puente, el Puente de Wheatstone y la Red Celosía, cuyas configuraciones se muestran en la Figura 1.19.

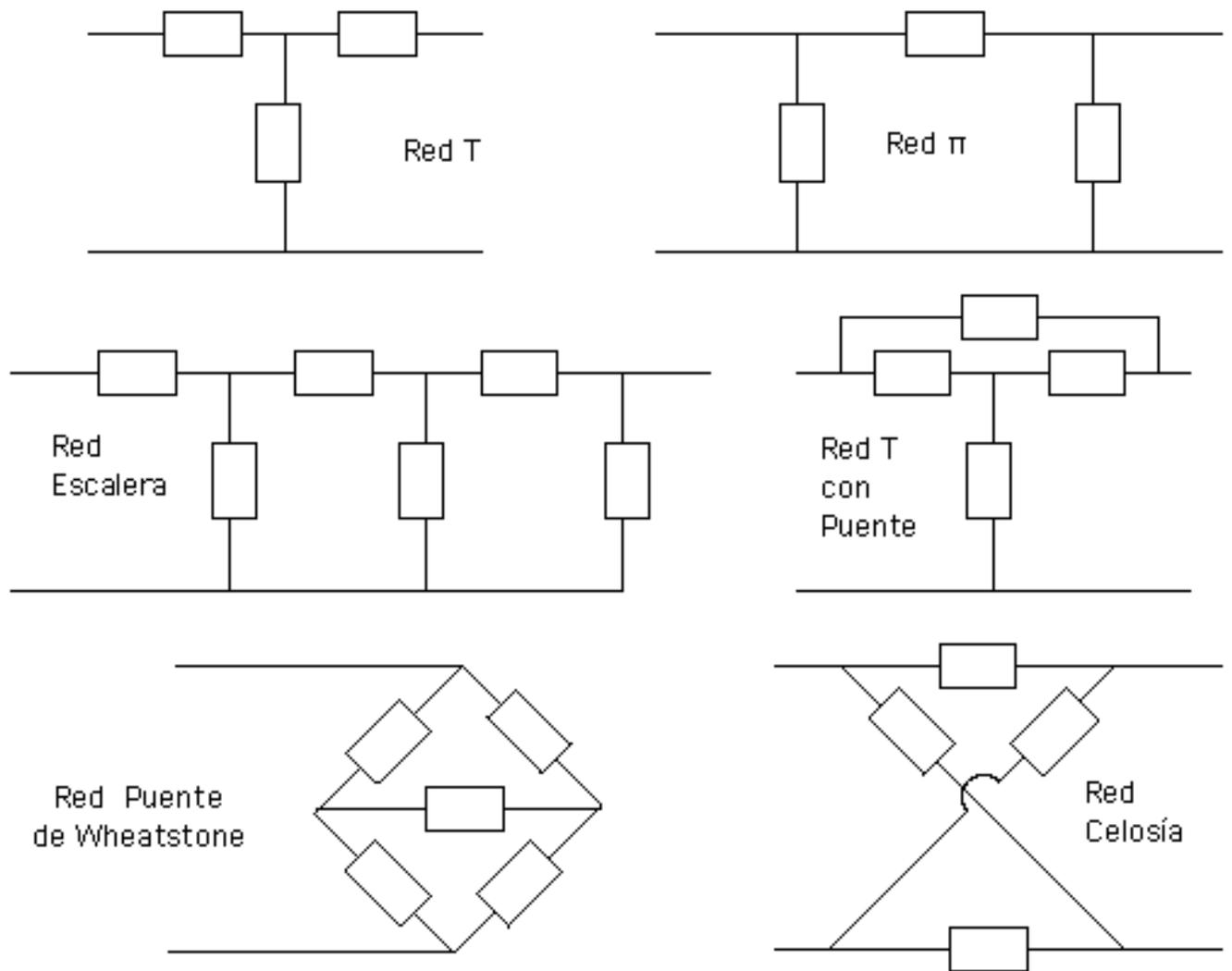


Figura 1.19.- Estructuras topológicas comunes

1.5.- LEYES DE KIRCHHOFF.

1.5.1.-Ley de Kirchhoff de los Voltajes (LKV).

El enunciado de esta Ley es el siguiente:

La suma algebraica de los voltajes de rama en cualquier malla cerrada de una Red es igual a cero.

Esta Ley es consecuencia de la Ley de la Conservación de la Energía, ya que el voltaje es la energía por unidad de carga.

La Ley de Kirchhoff de los Voltajes no se aplica a circuitos que contienen parámetros distribuidos. Sin embargo si los parámetros son concentrados, puede aplicarse a redes con elementos lineales o no lineales, variantes o invariantes con el tiempo, activos o pasivos.

1.5.2.-Ley de Kirchhoff de las Corrientes (LKC).

El enunciado de esta Ley es el siguiente:

La suma algebraica de las corrientes de rama en un nodo es cero en cualquier instante de tiempo.

Esta ley es consecuencia de la conservación de la carga. La misma carga que entra en un nodo debe salir de él, ya que no es posible que se almacene o se genere en el nodo.

Debido a que esta Ley se basa en la topología de la red y no en las propiedades particulares de los elementos conectados en la misma, se aplica a todas las redes con elementos de parámetros concentrados, bien sean lineales o no lineales, variantes o invariantes en el tiempo, activos o pasivos.

La LKC implica que la corriente que entra por un terminal de un elemento de dos terminales es igual a la corriente que sale por el otro terminal en cualquier instante de tiempo. Esto no se aplica a los elementos de parámetros distribuidos. Por ejemplo, en una antena de microondas colocada en un automóvil para utilizarla en un sistema de comunicación móvil, la corriente en la base de la antena es diferente de cero cuando la antena transmite, pero en el otro extremo de la antena, la corriente debe ser siempre igual a cero.

La LKC puede generalizarse incluyendo el concepto de las Secciones o Grupos de corte. De acuerdo con la definición dada, una Sección de Corte separa la red en dos partes, por lo que el flujo neto de corriente entre estas dos partes debe ser cero. El enunciado generalizado de la LKC es el siguiente:

La suma algebraica de las corrientes de rama de una Sección de Corte es cero en cualquier instante de tiempo.

Las Leyes de Kirchhoff constituyen la base de todas las técnicas de análisis de las redes eléctricas.

1.5.3.-Ejemplo de aplicación de las Leyes de Kirchhoff.

En el circuito mostrado en la Figura 1.20, calcule el voltaje, la corriente y la potencia en cada uno de los elementos, e indique para cada uno de ellos si es activo o pasivo. Los datos se encuentran en la Tabla 1.1.

Para determinar los voltajes desconocidos se debe aplicar la Ley de Kirchhoff de los Voltajes (LKV), y para calcular las corrientes desconocidas se debe usar la Ley de Kirchhoff de las Corrientes (LKC).

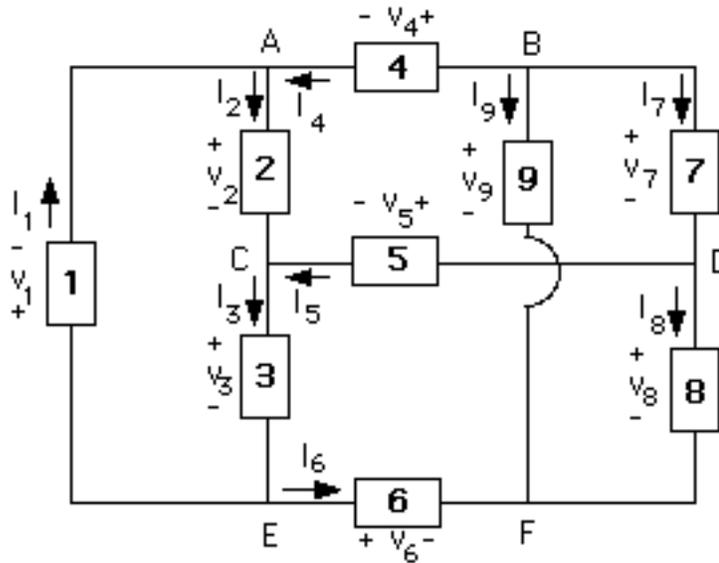


Figura 1.20.- Circuito para aplicar las Leyes de Kirchhoff.

Elemento	Volt. (V)	Corr. (A)	Pot. (W)	Tipo
1		2		
2	3			
3	5			
4	1			
5		2		
6		3		
7		4		
8	2			
9	4			

Tabla 1.1.- Tabla de datos para el circuito de la Figura 1.20.

Para calcular V_1 se aplica LKV al lazo formado por los elementos 1, 2 y 3.

$$V_1 = -V_2 - V_3 = -8V \quad (1.17)$$

El voltaje V_6 se calcula aplicando LKV al lazo formado por los elementos 1, 4, 9 y 6.

$$V_6 = V_1 - V_4 + V_9 = -5V \quad (1.18)$$

El voltaje V_5 se calcula aplicando LKV al lazo formado por los elementos 3, 5, 8 y 6.

$$V_5 = V_8 - V_6 - V_3 = 2V \quad (1.19)$$

Finalmente, para calcular V_7 se aplica LKV al lazo formado por los elementos 2, 4, 7 y 5.

$$V_7 = V_2 + V_4 - V_5 = 2V \quad (1.20)$$

Para calcular I_3 se aplica LKC en el nodo E.

$$I_3 = I_1 + I_6 = 5A \quad (1.21)$$

Para calcular I_2 se aplica LKC en el nodo C.

$$I_2 = I_3 - I_5 = 3A \quad (1.22)$$

Para calcular I_4 se aplica LKC en el nodo A.

$$I_4 = I_2 - I_1 = 1A \quad (1.23)$$

Para calcular I_8 se aplica LKC en el nodo D.

$$I_8 = I_7 - I_5 = 2A \quad (1.24)$$

Finalmente para calcular I_9 se aplica LKC en el nodo B.

$$I_9 = -I_7 - I_4 = -5A \quad (1.25)$$

La Tabla 1.2 presenta en forma ordenada el voltaje y corriente en cada elemento, su potencia correspondiente y su clasificación como activo o pasivo. Como se puede observar, la suma de todas las potencias entregadas (-51W) es igual a la suma de las potencias recibidas (51W).

Elemento	Volt. (V)	Corr. (A)	Pot. (W)	Tipo
1	-8	2	-16	Activo
2	3	3	9	Pasivo
3	5	5	25	Pasivo
4	1	1	1	Pasivo
5	2	2	4	Pasivo
6	-5	3	-15	Activo
7	2	4	8	Pasivo
8	2	2	4	Pasivo
9	4	-5	-20	Activo

Tabla 1.2.- Tabla de resultados para el circuito de la Figura 1.20.